x%, xw sarebbero, per ragione di simmetria,

epperò le coordinate del punto d'intersezione di questi tre piani, ossia del punto cercato, saranno date dalle forinole

. . *x* *y_* ^_ *w*

h,. ªa + ^2 ªi ™" ^i Pa + ^2 PI ^ Ya + ^2 Yi ^i ^2 + ^2 &i

od anche

Ci sia qui permessa una breve digressione.

Supponiamo di avere nello spazio *m* punti, disposti in modo qualunque, ed indichiamo con a. : *$.* : y. : *ì>.(i* — i, 2, ... w) le coordinate dell'i-esimo di tali punti. Poscia consideriamo un punto *O* le cui coordinate *X,* F, Z, *W* sieno funzioni delie coordinate degli *m* punti del sistema, e due altri punti, O_r ed O_{m_r}, le cui coordinate X_{r9} F_r, Z_r, W_r ed X_{w_r}, 7_{w_r}, Z_{w_r}, W_{m_r} sieno rispettivamente formate colle coordinate dei primi *r* punti, e degli ultimi *m* — *r* punti del sistema, nello stesso modo in cui quelle del punto *O* sono formate colle coordinate di tutti gli *m* punti. Supponiamo finalmente che, per la natura delle funzioni X, X_r ed X_{M_r}; F, Y_r ed Y_{m_r}| ecc., si abbia, per ogni valore di r,

$$X=X_r+X_{,,,_r}, \qquad Y=Y_r+Y_{a_r}, \qquad Z=Z, + Z_{m_r},$$

$W=W_r+W_{m_r}$. Ciò posto, cerchiamo le equazioni della retta che congiunge i due punti O_r ed O_{m_r}. Sia

$Lx + My + N$^$=o$ l'equazione del piano passante per questa retta e per il punto $x = y =$ £ = o ; avremo

$$LX_r + M\ Y_r + NZ_r = o, \qquad LX_{,,,_r} + M\ Y_{m_r} + JVZ_{m_r} - o,$$

da cui, sommando, ed avendo riguardo alle ipotesi ammesse,

$$LX\text{-f-}MF\text{-j-}\ ATZ = {}_0.$$

Quest'ultima equazione mostra che il piano in discorso contiene il punto O, e siccome la stessa proprietà si verificherebbe se il piano passasse per un altro vertice del tetraedro, così è chiaro che la retta $O_r\ O_{m_r}$ passa pel punto *O.* Questa conclusione ha luogo